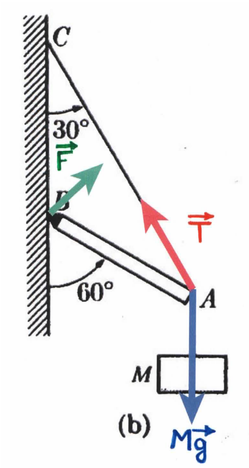
Exercice 1

La poutre est en équilibre si la force totale et le moment de force totale agissant sur elle est zéro. Le problème peut être considéré en deux dimensions avec le bon choix de repères.
Trois forces agissent sur la poutre : en B, la force exercée par le mur $\vec{F}$; en A, la tension de la corde tirée par la masse m . Le module de cette force est mg, et elle est orienté vers le bas. La troisième force est la tension du câble agissant dans la direction AC. Comme nous ne connaissons pas les deux composantes de la force agissant en point B.
Pour écrire le moment de force, nous pouvons choisir tout point de la poutre comme pivot virtuel et dans ce cas, nous choisissons le point B, car le moment de la force agissant ici est automatiquement zéro dans ce cas. Nous écrivons aussi les deux équations de l'équilibre des forces :

$$\begin{aligned} \tau: \ 0 &= mgl\sin 120^\circ - Tl\sin 30^\circ && (1)\\ y: \ 0 &= T\cos 30^\circ - mg + F_y && (2)\\ x: \ 0 &= F_x - T\sin 30^\circ && (3) \end{aligned}$$

La solution de ces trois équations est

$$\begin{aligned} T &= mg\frac{\sin 120^\circ}{\sin 30^\circ} && (4)\\ F_y &= -\frac{1}{2}mg && (5)\\ F_x &= mg\sin 120^\circ && (6) \end{aligned}$$



Exercice 2

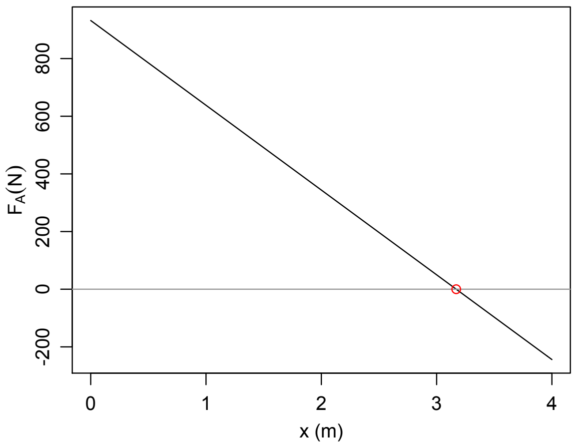
La poutre peut pivoter autour du point C, nous écrivons donc le moment des forces par rapport à cette point :

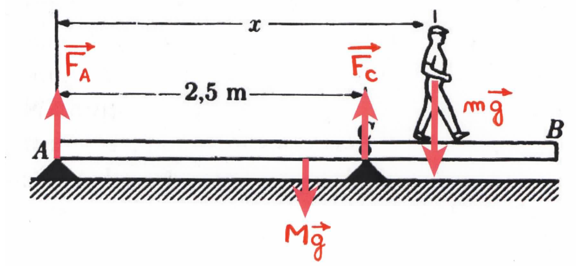
$$(x - l_1)mg + F_A l_1 - Mg(l_1 - \frac{L}{2}) = 0 \tag{7}$$

où l_1 est la longueur de la section AB, L la longueur totale, M la masse de la poutre, m la masse de la personne. Cela nous donne pour la force F_A, la force agissant en point A sur la poutre

$$F_A = \frac{1}{l_1}\left(M\left(l_1 - \frac{L}{2}\right) + ml_1\right)g - \frac{mg}{l_1}x = 931 - 294x \tag{8}$$

en unités SI.
En marchant vers le point C, la force exercée par le support en A diminue, et devient zéro. Cette force ne peut être négative car le support peut uniquement pousser la poutre, la limite de stabilité est donc atteint quand $F_A = 0$. Si la personne continue à marcher vers C, la poutre basculera. La distance x pour laquelle F_A devient zéro représente donc la limite de l'équilibre recherché, qui donne $x_{lim} = 3,17$m.





Exercice 3

Soit $I = 800$ kgm^2 le moment d'inertie, $\omega = 4\pi$ s^{-1} la vitesse angulaire, $t_{fr} = 300$ s le temps qui écoule entre l'arrêt d'arrivé de vapeur et l'arrêt de la machine, β l'accélération angulaire et τ le moment du force. La relation suivant est alors valable : $\tau = I\beta$. Pour déterminer l'accélération angulaire, il faut résoudre l'équation $0 = \omega - \beta * t_{fr}$. Avec les valeurs numériques, on obtient $\tau = 33,5$ Nm.
Le travail du moment de force est égale à la variation d'énergie cinétique de rotation : $W = E_f - E_i$. Comme $E_f = 0$, $E_i = \frac{1}{2}I\omega^2 = 63,2$ kJ, le travail du moment de force est $W = -63,2$ kJ. Le signe négatif signifie que l'énergie du système a diminué.

Exercice 4

La masse M suspendu est accéléré sous l'effet de deux forces, la force de gravité Mg et le tension de la corde T (voir fig. 3). La corde transmet la tension vers le poulie, et le moment de cette force par rapport à l'axe de rotation fait tourner le poulie. La corde inextensible connecte la masse et le poulie, l'accélération d'une et l'accélération angulaire de l'autre sont liés. Pour calculer le moment d'inertie du poulie, nous l'assimilons à un cylindre homogène de masse m et rayon R.
En forme d'équations, cela donne

$$
\begin{aligned}
I\beta &= TR & (9)\\
Ma &= Mg - T & (10)\\
R\beta &= a & (11)\\
I &= \frac{1}{2}mR^2 & (12)
\end{aligned}
$$

L'application numérique donne $\beta = 8,72\ \mathrm{s}^{-2}$, $a = 4,36\ \mathrm{m/s}^2$ et $T = 54,5$ N.